

1

תשובה

בית הספר למדעי המחשב
יוסי שיפטן ורענן שכטר

המכללה האקדמית נתניה
מבחן בהסתברות ובסטטיסטיקה
שנת תשס"ה, סמסטר ב', מועד א'
מותר לצרף דפים מכל סוג שהוא

משך המבחן: שלוש שעות חומר פתוח
יש למסור את השאלון עם מחברת הבחינה

שאלה 1 (10 נקודות)

כאשר אדם מתקשר בטלפון למשרד, ההסתברות שיענו לו היא 0.3, ההסתברות שהקו יהיה תפוס היא 0.5, וההסתברות שאיש לא יענה למסכן היא 0.2. אדם מחייג 3 פעמים למשרד הנ"ל. חשב את ההסתברויות למצבים הבאים:
א. הקו לא יהיה תפוס בדיוק בשנים משלושת החיגים.
ב. לפחות פעם אחד יענו לו.
ג. בדיוק בחיג אחד לא יענו לו, ובשני חיגים הקו יהיה תפוס.

שאלה 2 (20 נקודות)

שש הפאות של קובייה צבועים בצבע כחול. מחלקים את הקובייה ל-64 קוביות קטנות, ע"י כך שחותכים את הקובייה ל-4 חלקים לאורך, ל-4 חלקים לרוחב ול-4 חלקים לעומק. נגדיר, כמשתנה מקרי x , את מספר הפאות הכחולות של הקובייה הקטנה, הנוצרת מפעולה זו.
א. מצא אילו ערכים x יכול לקבל.
ב. מצא את פונקציית ההסתברות עבור המשתנה המקרי זה.
ג. מצא את התוחלת ואת השונות עבור המשתנה המקרי זה.

שאלה 3 (20 נקודות)

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-5x} & x \geq 10 \\ 0 & x < 10 \end{cases}$$

תהי

א. מצא את c , כך ש- $f(x)$ היא פונקציה צפיפות.
ב. מצא אתה התוחלת ואת השונות של המשתנה המקרי הזה.

שאלה 4 (20 נקודות)

במדגם של 100 משפחות, שלהן בן אחד לפחות, נרשם מספר הילדים שנולדו עד הבן הראשון, כולל אותו. נניח, שהתפלגות מספר הילדים, עד הילד הזה, היא גיאומטרית, עם $p=0.5$. בדוק (בר"מ 5%) אם אכן הנתונים בטבלה שלפניך מתאימים להתפלגות זו.

מספר משפחות	מספר ילדים
58	1
20	2
7	3
4	4
5	5
3	6
1	7
2	8

ב

שאלה 5 (10 נקודות)

- מטילים קוביה 5 פעמים. חשב את ההסתברויות הבאות:
- א. שבדיוק פעמיים יתקבל 6.
 - ב. שבדיוק 4 פעמיים יתקבל מספר זוגי.
 - ג. שבדיוק 3 פעמיים יתקבל מספר הקטן מ-5.

שאלה 6 (15 נקודות)

לשתי קבוצות של חולים ניתנו שתי תרופות אנטיביוטיות שונות. בקבוצה הראשונה היו 59 חולים, ובשניה היו 43 חולים. לכל חולה נרשם מספר הימים שנדרשו, עד שחומו ירד לרמה הנורמלית. הנתונים רשומים בטבלה השכיחיות הבאה:

מספר ימים	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	סכ"ה
תרופה א	17	8	5	9	7	1	2	1	2	7	59
תרופה ב	15	8	8	5	3	1	0	0	0	3	43

האם יש הבדל בין 2 התרופות, ברמה מובהקת של 5%?

שאלה 7 (25 נקודות)

נתונה הטבלה הבאה, ובה 3 משתנים בלתי תלויים, והמשתנה התלוי Y. מהם המשתנים שתבחר(י), ברמת מובהקות 5%, כדי לנבא את Y בצורה הטובה ביותר, לפי כל אחת משתי הגישות המקובלות? כדי להקל עליך, להלן מספר נתונים נוספים:

$$R(Y.B) = -0.678$$

$$R(Y.A) = 0.787$$

$$R(Y.AB) = 0.921$$

$$R(Y.BC) = 0.836$$

$$R(Y.ABC) = 0.946$$

נוסחת הרגרסיה של Y, כפונקציה של A ו-C, היא: $Y = -8.68 + 8.548A + 0.724C$

A	B	C	Y
3.00	10.00	20.00	40.00
5.00	70.00	60.00	80.00
3.00	60.00	85.00	80.00
7.00	40.00	80.00	100.00
4.00	70.00	70.00	90.00
2.00	30.00	40.00	20.00

(ברור, שיש מספר חישובים, שעליך עדיין לבצע). ועכשיו, קדימה לעבודה!!!

ב ה צ ל ח ה

(5)

$$X=0,1,2,3 \quad (10) (2)$$

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & x=0 \\ \frac{3}{8} & x=1 \\ \frac{3}{8} & x=2 \\ \frac{1}{8} & x=3 \end{cases} \quad (2)$$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} = 1\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{8} + 1^2 \cdot \frac{3}{8} + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot \frac{1}{8} = 3$$

$$\text{Var} = E(X^2) - (E(X))^2 = 3 - (1\frac{1}{2})^2 = 0.75$$

$$\int_{10}^{\infty} c x e^{-5x} dx = 1 \quad (10) (3)$$

$$1 = c \int_{10}^{\infty} x e^{-5x} dx = \left[\frac{x e^{-5x}}{-5} - \int_{10}^{\infty} \frac{e^{-5x}}{-5} dx \right] c$$
$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{-5x} & f &= \frac{e^{-5x}}{-5} \\ g(x) &= x & g' &= 1 \end{aligned}$$

⑥

(10) (3)

$$1 = C \left[\frac{x}{-5e^{5x}} - \frac{1}{25e^{5x}} \right]_{10}^{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{-5e^{5x}} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{25e^{5x}} = 0$$

$$1 = C \left[0 - \frac{10}{-5e^{50}} - \left(0 - \frac{1}{25e^{50}} \right) \right]$$

$$1 = C \left(\frac{2}{e^{50}} + \frac{1}{25e^{50}} \right)$$

$$1 = C \frac{51}{25e^{50}}$$

$$C = \frac{25}{51} e^{50}$$

(7)

$$E(x) = \int_{10}^{\infty} \frac{25}{51} e^{50} x^2 e^{-5x} dx = \frac{25}{51} e^{50} \int_{10}^{\infty} x^2 e^{-5x} dx = \quad (3)$$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \left[\frac{x^2}{-5e^{5x}} \Big|_{10}^{\infty} - \int_{10}^{\infty} \frac{2x e^{-5x}}{-5} dx \right] =$$

$g = x^2 \quad g' = 2x$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \left[\frac{x^2}{-5e^{5x}} \Big|_{10}^{\infty} + \frac{2}{5} \int_{10}^{\infty} x e^{-5x} dx \right] =$$

$f' = e^{-5x} \quad f = \frac{e^{-5x}}{-5}$
 $g = x \quad g' = 1$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \left[\frac{x^2}{-5e^{5x}} \Big|_{10}^{\infty} + \frac{2}{5} \left(\frac{x}{-5e^{5x}} \Big|_{10}^{\infty} - \int_{10}^{\infty} \frac{e^{-5x}}{-5} dx \right) \right] =$$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \left[\frac{x^2}{-5e^{5x}} - \frac{2x}{25e^{5x}} - \frac{2}{125e^{5x}} \right]_{10}^{\infty} =$$

#

$$\textcircled{8} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{5e^{5x}} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{-25e^{5x}} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{-125e^{5x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{25e^{5x}} \stackrel{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{125e^{5x}} = 0$$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \left[0 + \frac{10}{5e^{50}} - 0 + \frac{20}{25e^{50}} - 0 + \frac{2}{125e^{50}} \right] =$$

$$= \frac{25}{51} e^{50} \cdot \frac{250 + 100 + 2}{125e^{50}} = \frac{352}{51 \cdot 5} = \frac{352}{255}$$

$$E(x^2) = \frac{25}{51} e^{50} \int_0^{\infty} \underbrace{x^2}_{10g} \underbrace{e^{-5x}}_{f'} dx$$

~'~'~'~'

$$\text{Var}(X) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

10

χ^2 ~~test~~ $n=4$

H_0 : א'רכליל'ל ז'ב'ר'ן
 $p = \frac{1}{2}$ נ'ר

H_1 : א'רכליל'ל ז'ב'ר'ן נ'ר
 $p = \frac{1}{2}$ נ'ר

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \frac{(58-50)^2}{50} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(7-12.5)^2}{12.5} + \frac{(4-6.25)^2}{6.25} + \\ & + \frac{(5-3.125)^2}{3.125} + \frac{(3-1.5625)^2}{1.5625} + \frac{(1-0.78125)^2}{0.78125} + \\ & + \frac{(2-0.390625)^2}{0.390625} = 0.32 + 1 + 2.42 + 0.81 + \\ & + 1.125 + 1.322 + 0.06125 + 6.630625 = 13.68 \end{aligned}$$

$$\chi^2_{7,0.95} = 2.17$$

ז'ב'ר'ן

H_1 נ'ר H_0 א'רכליל'ל נ'ר

(11)

הסתברות שהטל ב 5
לסתברות 1, 2, 3, 4, 5, 6
 $\frac{1}{6}$ כלול

(10) אמתו 2 שהטל 5 אקד 6
 $C(5,2) = 10$

כחמישה אקד 6
הסתברות ביטאיה
 $C(5,2) \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

(9) אקד 5 אקד 6
 $\frac{1}{2}$ אמתו 5 אקד 6

$C(5,4) \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \frac{1}{2}$

(8) אקד 5 אקד 6
סתברות 5-4
 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

$C(5,3) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$

(12)

t תאור, קבוצות קבוצות (6

H_0 : שתי הקבוצות שוות
שתי הקבוצות שוות

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

H_1 : $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

1 קבוצה של תצורות \bar{X}_1 ו- S_1^2

2 קבוצה של תצורות ו- S_2^2

2 קבוצה של תצורות \bar{X}_2

2 קבוצה של תצורות ו- S_1^2

S_p^2 שתי קבוצות שוות

~~$$S_p^2 = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}$$~~

$$S_p^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2}$$

(13)

(6)

$$t = \left| \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{S_D \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \right|$$

$$n_2 = 43$$

$$n_1 = 59$$

22/00

$$t_{100, 0.975} = 1.99$$

11 = 126'00

$$t_{n_1 + n_2 - 2}$$

$$H_0 \text{ accepted if } t > t_{100, 0.975} \text{ 2/0}$$

$$H_0 \text{ accepted if } t < t_{100, 0.975} \text{ 2/0}$$

14

R(Y.A.C) . R(Y.C) גורם (7

גורם

גורם

גורם

גורם

גורם גורם גורם גורם גורם

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 A + \beta_2 B + \beta_3 C \quad (1)$$

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 A + \beta_2 B \quad (2)$$

גורם גורם גורם גורם גורם

$$F = \frac{\frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{p}}{\frac{\sum(y - \hat{y})^2}{n-p-1}}$$

p=1,2,3 גורם גורם גורם גורם גורם

$$F_{p, n-p-1, 0.95}$$

(15)

$$H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_k = 0 \quad (7)$$

$$\beta_1 = 0$$

$$\beta_2 = 0$$

$$\beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0, \dots, \beta_k \neq 0$$

$$0 \neq \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$$

$$\text{if } F > F_{p, n-p-1, 0.95} \text{ then } H_0 \text{ is rejected}$$

$$\text{if } F < F_{p, n-p-1, 0.95} \text{ then } H_0 \text{ is not rejected}$$

H_0